שלבי הפתרון בשאלות גאומטרייה אנליטית

מתמטיקה • כיתה י״א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

🧭 מתחילים: משרטטים סקיצה ומתרגמים כל נתון לשיעורים

על ציר ה-y ← $x=0$ | על ציר ה-x ← $y=0$ | מקביל לציר ה-x ← אותו y | מקביל לציר ה-y ← אותו x

נקודה על ישר ← מציבים בו

מה שואלים?

נקודה / ישר

1 שיפוע m

משתי נקודות: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

מקביל ← **אותו** שיפוע

מאונך ← $m_1\cdot m_2=-1$

2 משוואת הישר

$y-y_1=m(x-x_1)$

ומסדרים ל-$y=mx+b$

3 נקודה

חיתוך ישרים ← משווים את ה-y

על ציר ← מציבים $x=0$ / $y=0$

אמצע / אורך ← נוסחאון

מעגל

1 מרכז $M(a,b)$ ורדיוס

R = מרחק מ-M לנקודה על המעגל

קוטר ← M אמצעו, R חציו

משיק לציר ה-x ← $R=|b|$

2 משוואת המעגל

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

נקודה על המעגל ⇔ מקיימת אותה

3 משיק / חיתוך

רדיוס ⊥ משיק בנקודת ההשקה:

$m_{משיק}\cdot m_{MA}=-1$

חיתוך עם ציר ה-y: מציבים $x=0$

זווית / שטח / הוכחה

1 זווית

עם הכיוון החיובי של ציר ה-x:

$\tan\alpha=m$

אחרת: מורידים אנך ← משולש ישר

זווית: $\tan=\frac{\text{נגדי}}{\text{צמוד}}$

2 שטח

בסיס **מקביל לציר** ← הגובה = הפרש

שיעורים: $S=\frac{a\cdot h}{2}$

3 הוכחה

מקבילים ← שיפועים שווים

מאונכים ← $m_1\cdot m_2=-1$

שווים ← נוסחת המרחק

4 בודקים ועונים

מציבים את התוצאה בנתון (על הישר? על המעגל?) • יצאו 2 פתרונות ← בוחרים לפי השרטוט / לפי נתון

✏️ דוגמה: ישר מאונך

נתון $A(-2,1)$, $B(4,4)$. מצאו את הישר העובר דרך A ומאונך ל-AB, ואת חיתוכו עם ציר ה-y.

1. $m_{AB}=\frac{4-1}{4-(-2)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ← $m=-2$
2. $y-1=-2(x+2)$ ← $y=-2x-3$
3. $x=0$ ← $y=-3$

תשובה: $y=-2x-3$ • חיתוך $(0,-3)$

✏️ דוגמה: מעגל ומשיק

מרכז המעגל $M(3,1)$ והוא עובר דרך $A(6,5)$. מצאו את משוואת המעגל ואת המשיק לו ב-A.

1. $R^2=(6-3)^2+(5-1)^2=25$
2. $(x-3)^2+(y-1)^2=25$
3. $m_{MA}=\frac{5-1}{6-3}=\frac{4}{3}$ ← $m_{משיק}=-\frac{3}{4}$
4. $y-5=-0.75(x-6)$

תשובה: $y=-0.75x+9.5$

📐 מהנוסחאון

מרחק: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

אמצע: $\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

מאונכים: $m_1\cdot m_2=-1$

💡 לזכור

- רדיוס ⊥ משיק בנקודת ההשקה
- זווית היקפית על קוטר = $90°$
- קטע אמצעים ∥ לצלע השלישית ושווה לחציה
- $m=2$ ← $\alpha\approx 63.43°$

⚠️ טעות נפוצה

- שיעור שלילי – בסוגריים: $6=(-2)-4$
- מאונך: הופכים **וגם** משנים סימן: $\frac{4}{3}$ ← $-\frac{3}{4}$
- בדיקה: הנקודה מקיימת את המשוואה?