שלבי הפתרון בשאלות חקירת פונקציות ואינטגרלים

מתמטיקה • כיתה י"א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

חלק א' • חקירת הפונקציה

1 תחום הגדרה

מכנה $\neq 0$ • ביטוי בתוך שורש ≥ 0

2 אסימפטוטות

אנכית: x שמאפס את המכנה (והמונה לא)

אופקית: מעלת המונה קטנה יותר ← $y=0$ • מעלות שוות ← y = יחס המקדמים המובילים

3 חיתוך עם הצירים

ציר ה-y: מציבים $x=0$ • ציר ה-x: $f(x)=0$ (המונה = 0)

4 גוזרים ומשווים לאפס

$f'(x)$ לפי כללי הגזירה ← $f'(x)=0$ ← שיעורי x החשודים לקיצון

5 טבלת סימן הנגזרת

בטבלה גם האסימפטוטה האנכית ונקודות הקצה • $f'(x)>0$ עולה, $f'(x)<0$ יורדת • את y של הקיצון מוצאים בהצבה ב-$f(x)$

6 סקיצה

מסמנים: אסימפטוטות (מקווקו), חיתוכים, קיצון, נקודת קצה ← מחברים לפי הטבלה

מהנוסחאון

מכפלה: $(u\cdot v)'=u'v+uv'$

מנה: $(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

שורש: $(\sqrt{g})'=\frac{g'}{2\sqrt{g}}$

חזקה: $(x^n)'=nx^{n-1}$

$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$

נקודת קצה

בפונקציית שורש, הנקודה שבה השורש = 0 היא **נקודת קצה**: אחריה יורדת ← מקסימום (קצה); עולה ← מינימום (קצה).

טעות נפוצה

• y של הקיצון – מציבים ב-$f(x)$, **לא** בנגזרת

• מכנה של $f'(x)$ בריבוע – תמיד חיובי, הסימן לפי המונה

• שורש במכנה – $0<$, לא $0\geq$

מה עוד שואלים?

גרף הנגזרת

1 מתרגמים

$f(x)$ עולה ← $f'(x)>0$ ← גרף הנגזרת **מעל** ציר ה-x

$f(x)$ יורדת ← $f'(x)<0$ ← **מתחת** לציר

2 בוחרים גרף

קיצון של $f(x)$ ← $f'(x)$ **חותך** את ציר ה-x • אסימפטוטה אנכית – באותו x

שטח / אינטגרל

1 גבולות וגרף עליון

נקודות חיתוך = גבולות • בודקים איזה גרף מעל

2 מחשבים

$S=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$

שטח מתחת לגרף הנגזרת:

$S=f(b)-f(a)$

פרמטר / מספר פתרונות

1 מתרגמים נתון למשוואה

קיצון ב-x_0 ← $f'(x_0)=0$

שיפוע משיק ← $f'(x_0)=m$

נקודה על הגרף ← $f(x_0)=y_0$

2 $f(x)=k$

כמה פתרונות? = כמה פעמים הישר $y=k$ חותך את הסקיצה

דוגמה (מבגרות): $f(x)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}$

1 תחום: $x\neq 2$ • אסימפטוטה אנכית $x=2$

3 ציר ה-y: $(0\ ,-2.5)$ • ציר ה-x: אין, כי $D<0$

4 $f'(x)=\frac{(2x-4)(x-2)-(x^2-4x+5)}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$

5 $f'(x)=0$ ← $x=1$, $x=3$ • $f(1)=-2$, $f(3)=2$

x	x<1	1	1<x<2	2	2<x<3	3	x>3
f'(x)	+	0	−	×	−	0	+
f(x)	↗	max (1 , −2)	↘	אסימפטוטה	↘	min (3 , 2)	↗