שלבי הפתרון בשאלות התפלגות נורמלית

מתמטיקה • כיתה י"א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

מה נתון ומה מבוקש?

מקרה 1 • נתון ערך X ← מחפשים אחוז

ידועים הממוצע $\bar{x}$ וסטיית התקן S

1 ציון תקן: $Z = \frac{X - \bar{x}}{S}$

מעל הממוצע ← Z חיובי • מתחת ← שלילי

2 בטבלה: $\Phi(Z)$

$\Phi(Z)$ = השטח **משמאל** ל־Z = האחוז שקטנים מ־X

3 בוחרים לפי השאלה

- פחות מ־a: $P(X < a) = \Phi(Z)$
- יותר מ־a: $P(X > a) = 1 - \Phi(Z)$
- בין a ל־b: $\Phi(Z_b) - \Phi(Z_a)$

מקרה 2 • נתון אחוז ← מחפשים X, $\bar{x}$ או S

"ל־67% פחות מ..." • "12.5% ארוכים מ..." • "החציון הוא..."

1 הופכים לשטח משמאל: $\Phi(Z) = p$

"יותר מ־" / "הגבוהים" ← $\Phi(Z) = 1 - p$

50% ← זה הממוצע (החציון = הממוצע)

2 בטבלה מוצאים את Z

מחפשים בתוך הטבלה את p (או הערך הקרוב) • $p < 0.5$ ← Z שלילי

3 מציבים ב־$Z = \frac{X - \bar{x}}{S}$

ופותרים לנעלם • ערך: $X = \bar{x} + Z \cdot S$

אותו אחוז בשני הצדדים ← $\bar{x}$ באמצע

שאלות המשך

4

כמה אנשים? ← $p \cdot N$ • כמה בסך הכול? ← $N = \frac{\text{מספר}}{p}$

כופלים כל ערך ב־k ← $k \cdot \bar{x}$, $k \cdot S$ • ה־Z לא משתנה

השוואה בין שתי קבוצות ← משווים **ציוני תקן** • "אותו אחוז" ← אותו Z

מוסיפים c לכל ערך ← $\bar{x} + c$, S לא משתנה

✏️ דוגמה למקרה 1

$\bar{x} = 60$, $S = 8$. איזה אחוז קיבלו יותר מ־72? וכמה הם מתוך 1,000 נבחנים?

1. $Z = \frac{72 - 60}{8} = 1.5$
2. $\Phi(1.5) = 0.933$
3. $P(X > 72) = 1 - 0.933 = 0.067$
4. $0.067 \cdot 1000 = 67$

תשובה: 6.7% • 67 נבחנים

✏️ דוגמה למקרה 2

$\bar{x} = 50$. ל־15.9% מהנבחנים ציון גבוה מ־62. מצאו את סטיית התקן S

1. $\Phi(Z) = 1 - 0.159 = 0.841$
2. בטבלה: $\Phi(1) = 0.841$ ← $Z = 1$
3. $1 = \frac{62 - 50}{S}$ ← $S = 12$

תשובה: $S = 12$

📐 נוסחה וטבלה (בנוסחאון)

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{S}$$

טבלת $\Phi(z)$ • $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$

💡 לזכור

- עקומה סימטרית: חציון = שכיח = ממוצע
- $\Phi(0) = 0.5$ • $Z = 0$ הוא הממוצע
- בין הממוצע לסטיית תקן מעליו תמיד: $\Phi(1) - \Phi(0) = 0.341$

⚠️ טעות נפוצה

- "יותר מ־" ← לא לשכוח $1 - \Phi$
- מתחת לממוצע ← Z שלילי
- אחוז ← שבר: 29.8% = 0.298