שלבי הפתרון בשאלות בעיות קיצון

מתמטיקה • כיתה י״א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

מה נתון בשאלה?

מקרה 1 • צורה על גרף / במערכת צירים

נקודה זזה על גרף הפונקציה

1 נקודה משתנה: $A(t\,,f(t))$
מציבים t בפונקציה ← שיעור ה-y של A

2 שיעורי שאר הקודקודים
מקביל לציר ה-x ← אותו y
על ציר ← שיעור 0 • פונקציה זוגית ← $-t$

3 אורכי הצלעות
צלע אופקית = הפרש שיעורי ה-x
צלע אנכית = הפרש שיעורי ה-y

מקרה 2 • בעיה מילולית

גדר, מלבן, תיבה, משולש...

1 משרטטים ומסמנים x
x = הצלע שהשאלה מציעה (או שנוח לבטא בעזרתה)

2 משתמשים בנתון הקבוע
שטח / היקף / אורך נתון ← מבטאים את הצלע השנייה בעזרת x, למשל $y=\frac{50}{x}$

3 אורכים נוספים
פיתגורס, דמיון, קטע אמצעים – הכול בעזרת x בלבד

4 בונים פונקציה ותחום
מה שמבקשים להגדיל / להקטין: $S(t)$
תחום: אורכים חיוביים, הנקודה בין הגבולות שבשרטוט

5 גוזרים ומשווים לאפס
$S'(t)=0$ • פוסלים פתרון שמחוץ לתחום, למשל $t<0$

6 טבלה: מקסימום או מינימום?
סימן S': $+$ ואז $-$ ← מקסימום
$-$ ואז $+$ ← מינימום

7 עונים על מה ששאלו
מציבים את t בפונקציה / בנקודות • שואלים אם ייתכן ערך מסוים? ← משווים לערך הקיצון

✏️ דוגמה (מבגרות)

הקודקוד $A(t\,,y)$ של המלבן $ABCD$ על הגרף $y=x^2+3$, כאשר $0<t<5$. הקודקוד B על הישר $x=5$, ו-C, D על ציר ה-x. מתי שטח המלבן מקסימלי?

1. $A(t\,,t^2+3)$, $B(5\,,t^2+3)$
4. $S(t)=(5-t)(t^2+3)$
5. $S'=-3t^2+10t-3=0$ ← $t=3$, $t=\frac{1}{3}$
6. ב-$t=3$: $+$ ואז $-$ ← מקסימום

תשובה: $t=3$ • $S(3)=2\cdot 12=24$

✏️ דוגמה: גדר ליד קיר

גינה מלבנית בשטח 50 מ״ר צמודה לקיר, ומגדרים את 3 הצלעות האחרות. מה האורך המינימלי של הגדר?

2. שתי צלעות x , השלישית $\frac{50}{x}$
4. $L(x)=2x+\frac{50}{x}$, $x>0$
5. $L'=2-\frac{50}{x^2}=0$ ← $x^2=25$ ← $x=5$
6. ב-$x=5$: $-$ ואז $+$ ← מינימום

תשובה: $L(5)=10+10=20$ מטר

📐 מהנוסחאון

$$(x^n)'=nx^{n-1}$$

$$(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$$

$$(\frac{a}{x})'=-\frac{a}{x^2}$$

💡 לזכור

- משתנה אחד בלבד בפונקציה
- את התחום כותבים **לפני** שגוזרים
- קיצון אחד בתחום ← הוא המקסימום / המינימום המוחלט

⚠️ טעות נפוצה

- לעצור ב-t – ולשכוח לחשב את מה ששאלו (שטח, נקודה)
- לא לבדוק בטבלה אם זה מקסימום או מינימום