שלבי הפתרון בשאלות גאומטרייה וטריגונומטריה

מתמטיקה • כיתה י״א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

מתחילים: מעתיקים את השרטוט ומסמנים עליו כל נתון

קוטר ← זווית 90° מולו | מקביל לציר ← אותו שיעור | הצירים מאונכים ← 90° | אמצע ← צלעות שוות | מסמנים זוויות שוות באותו סימן

מה מבקשים?

הוכחה

1 מסמנים בשרטוט

כל נתון: זוויות ישרות, צלעות שוות, מקבילים, קוטר, משיק • כותבים מה **צריך** להוכיח

2 מחפשים משפט מתאים

קוטר ← זווית היקפית 90°

אותה קשת ← זוויות היקפיות שוות

משיק ⊥ רדיוס • מקבילים ← מתחלפות

3 כותבים טענה + נימוק

שורה אחר שורה: מה ידוע ← **למה** (נתון / משפט / סעיף קודם)

דמיון / חפיפה

1 בוחרים שני משולשים

שמכילים את הצלעות או הזוויות שמבקשים

2 מוכיחים

דמיון: **ז.ז** (שתי זוויות שוות)

חפיפה: **ז.צ.ז • צ.ז.צ • צ.צ.צ**

3 צלעות מתאימות ויחס

מתאימות = מול זוויות שוות:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

יחס היקפים k • יחס שטחים k^2

חישוב אורך / זווית / שטח

1 יש משולש ישר זווית?

פיתגורס: $a^2 + b^2 = c^2$

$\tan\alpha = \frac{\text{נגדי}}{\text{צמוד}}$ | $\sin\alpha = \frac{\text{נגדי}}{\text{יתר}}$

2 משולש חסום במעגל

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

a – הצלע שמול α

3 שטח

$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$

או בסיס × גובה חלקי 2

4 חוזרים למערכת הצירים

אורך שחישבתם ← שיעור של נקודה (למשל $x_C = x_B + BE$) ← ממשיכים: ישר, מעגל, שטח

דוגמה: יחס דמיון

$\triangle AOB \sim \triangle BEC$ (ז.ז), ישרי זווית ב-O וב-E. $AO = 4$, $OB = 3$, $BC = 15$. מצאו את BE ואת EC.

1. $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (פיתגורס)
2. $k = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{5} = 3$ (יתר מול יתר)
3. $BE = 3 \cdot AO = 12$, $EC = 3 \cdot OB = 9$

תשובה: $BE = 12$, $EC = 9$ • יחס השטחים 9

דוגמה: קוטר ← זווית ישרה

AC קוטר במעגל, B על המעגל, $AB = 6$, $BC = 8$. מצאו את הרדיוס ואת $\angle BAC$.

1. $\angle ABC = 90°$ זווית היקפית הנשענת על קוטר
2. $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ← $R = 5$
3. $\tan\angle BAC = \frac{8}{6}$ ← $\angle BAC \approx 53.13°$

תשובה: $R = 5$ • $\angle BAC \approx 53.13°$

משפטים במעגל

- זווית היקפית על קוטר = 90°
- היקפיות על אותה קשת – שוות
- מרובע חסום: נגדיות – סכום 180°
- רדיוס ⊥ משיק בנקודת ההשקה

עוד כלים

- מול זוויות שוות – צלעות שוות
- קטע אמצעים ∥ לצלע השלישית ושווה לחציה
- זווית חיצונית = סכום שתי הפנימיות שלא צמודות לה
- $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$

טעות נפוצה

- צלעות מתאימות – **מול זוויות שוות**, לא לפי הסדר בשרטוט
- יחס שטחים = k^2, לא k
- כל טענה – עם נימוק