שלבי הפתרון בשאלות הסתברות

מתמטיקה • כיתה י"א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

איך בנויה השאלה?

אוכלוסייה עם שתי תכונות ← טבלה דו־ממדית

בנים / בנות • מתנדב / לא • "נבחר באקראי אחד מ..."

1 מסמנים מאורעות: $A, \bar{A}, B, \bar{B}$

כותבים במילים: A – "נבחר בן", B – "מתנדב"

2 מתרגמים כל נתון

"80% **מהבנים**" ← מותנית: $P(B/A) = 0.8$

"בן וגם..." ← $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$

"פי 3 ממספר..." ← p ו־$3p$

3 משלימים את הטבלה

כל שורה ועמודה ← סכום • התא בפינה = 1

בתאים: $P(A \cap B)$ ("וגם"), לא $P(B/A)$

ניסוי בשלבים ← עץ הסתברויות

הוצאה בזה אחר זה • שני ניסיונות • בדיקה אחרי בדיקה

1 מציירים עץ

על כל ענף – הסתברות

מכל צומת: סכום הענפים הוא 1

2 לאורך ענף כופלים, בין ענפים מחברים

"אדום ואז כחול" ← כפל

"בצבעים שונים" ← $RB + BR$

3 עם החזרה או בלי?

עם החזרה ← אותו שבר בכל שלב: $\frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20}$

בלי החזרה ← יורד 1: $\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19}$

4 מה שואלים? ← בוחרים כלי

"ידוע ש..." / "מבין ה..." ← $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

A מוכל ב־B ← $P(A \cap B) = P(A)$

"בדיוק אחד" ← שני סדרים: $p(1-p) + (1-p)p$

"לפחות אחד" ← משלים: 1 פחות ההסתברות ל"אף אחד"

כמה אנשים? ← $P \cdot N$ • נעלם ← משוואה, פוסלים פתרון לא הגיוני

✏️ דוגמה • טבלה

60% מהתלמידים בנות. 75% מהבנות מתנדבות ו־50% מהבנים. נבחר מתנדב – מה ההסתברות שזו בת?

A – בת, B – מתנדב

2 $P(A \cap B) = 0.6 \cdot 0.75 = 0.45$

2 $P(\bar{A} \cap B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2$

3 $P(B) = 0.45 + 0.2 = 0.65$

4 $P(A/B) = \frac{0.45}{0.65} = \frac{9}{13}$

תשובה: $\frac{9}{13} \approx 0.692$

✏️ דוגמה • עץ

בקופסה 5 כדורים אדומים ו־3 כחולים. מוציאים 2 בזה אחר זה **בלי החזרה**. מה ההסתברות לפחות לכחול אחד?

המשלים של "לפחות כחול אחד" = "שני אדומים"

3 $P(RR) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$

4 $1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$

תשובה: $\frac{9}{14} \approx 0.643$

📐 מהנוסחאון

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

💡 לזכור

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- בלתי תלויים: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- "A או B" = לפחות אחד מהם ← $1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$

⚠️ טעות נפוצה

- מה שידוע – **במכנה**. לא לבלבל בין $P(A/B)$ ל־$P(B/A)$
- בלי החזרה – גם המכנה יורד
- הסתברות תמיד בין 0 ל־1