שלבי הפתרון בשאלות סדרות

מתמטיקה • כיתה י"א • 4 יחידות לימוד (שאלון 471)

איזו סדרה בשאלה?

סדרה חשבונית • הפרש קבוע d

כל פעם **מוסיפים / מורידים** אותו מספר • $a_{n+1} - a_n = d$

1 — מסמנים: a_1 , d , n

מה נתון ומה מבוקש? • סדרה יורדת ← $d < 0$

2 — איבר כללי: $a_n = a_1 + (n-1)d$

נתון ← משוואה: $a_8 = 2a_1$ ← $a_1 + 7d = 2a_1$

3 — סכום: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

או $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ כשלא ידוע a_n

סדרה הנדסית • מנה קבועה q

כל פעם **כופלים** פי אותו מספר • $a_{n+1} : a_n = q$

1 — מסמנים: a_1 , q , n

גדל ב־$p\%$ ← $q = 1 + \frac{p}{100}$

קטן ב־$p\%$ ← $q = 1 - \frac{p}{100}$

2 — איבר כללי: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

החזקה היא $n-1$ ולא n • למשל $a_4 = a_1 \cdot q^3$

3 — סכום: $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

מחשבים במחשבון את q^n ורק אחר כך מציבים

4 — פותרים ובודקים את n

נתון סכום ← משוואה ריבועית ב־n ← **פוסלים** פתרון שלילי או לא שלם • n לא טבעי ← **אין** איבר כזה

"האם יעבור / יספיק?" ← מחשבים את S_n ומשווים • "לפחות" ← אי־שוויון ומבודדים את a_1

שינוי באמצע (קצב חדש / קבוע) ← מחלקים לשני חלקים ומחברים: סכום חלק א' + סכום חלק ב'

✏️ דוגמה • חשבונית

בסדרה חשבונית $d = 4$ ו־$a_6 = 3a_1$. מצאו את a_1, ואת n שעבורו $S_n = 330$

2 $a_1 + 5 \cdot 4 = 3a_1$ ← $a_1 = 10$

3 $\frac{n[2 \cdot 10 + 4(n-1)]}{2} = 330$

4 $n^2 + 4n - 165 = 0$ ← $n = 11$ או $n = -15$ ✗

תשובה: $a_1 = 10$ • $n = 11$

✏️ דוגמה • הנדסית

בחודש הראשון חוסכים 100 ₪, ובכל חודש 10% יותר מהקודם. כמה חוסכים בחודש ה־3? האם אחרי 5 חודשים החיסכון עובר 600 ₪?

1 $a_1 = 100$, $q = 1.1$

2 $a_3 = 100 \cdot 1.1^2 = 121$

3 $S_5 = \frac{100(1.1^5 - 1)}{1.1 - 1} = 610.51$

תשובה: 121 ₪ • $610.51 > 600$ ← כן, עובר

📐 מהנוסחאון

כל הנוסחאות שבשלבים 2–3 (איבר כללי וסכום, לחשבונית ולהנדסית) **מופיעות בנוסחאון**.

לא צריך לשנן – צריך לזהות את סוג הסדרה ולבחור נוסחה.

💡 לזכור

- n = מספר האיבר: רק מספר טבעי
- הפרש בין איברים: $a_6 - a_2 = 4d$
- "כמה איברים חיוביים?" ← פותרים $a_n > 0$
- כלל נסיגה ← מציבים $n = 1, 2, 3$ ומזהים את הסוג

⚠️ טעות נפוצה

- ב־a_n : $(n-1)$ ולא n
- "פי 1.2 מהראשון" ← $1.2a_1$, "גדל ב־2%" ← $q = 1.02$
- לא שוכחים את יחידות המידה בתשובה