# שלבי הפתרון בשאלות פונקציות מעריכיות

מתמטיקה • כיתה י"ב • 4 יחידות לימוד (שאלון 472)

## חלק א' • תחום, פרמטר וחיתוכים

### 1 תחום הגדרה

$e^x$ מוגדר לכל $x$ • בודקים רק **מכנה ≠ 0**

$e^x - 3 \neq 0$ ← $x \neq \ln 3$ • $(x-2)^2 \neq 0$ ← $x \neq 2$

### 2 יש פרמטר? מציבים את הנתון

נקודה על הגרף ← מציבים ב־$f(x)$ • משווים חזקות של $e$:

$e^{-a-1} = e^{-3}$ ← $-a-1=-3$ ← $a=2$

### 3 חיתוך עם הצירים

ציר $y$: מציבים $x=0$ (אם בתחום) • ציר $x$: $f(x)=0$

$e^{\cdots} > 0$ תמיד ← משווים ל־0 רק את הגורם השני / את המונה

יש $e^{2x}$ וגם $e^x$? ← מציבים $t=e^x$ ($t>0$)

## חלק ב' • נגזרת, קיצון ואסימפטוטות

### 4 גוזרים: $f'(x)$

$(e^{kx+b})' = k \cdot e^{kx+b}$ • מכפלה / מנה לפי הנוסחאות

מוציאים גורם משותף, למשל $e^x$ או $e^{2x}$

### 5 $f'(x)=0$ וטבלת סימנים

$e^{\cdots}$ חיובי ← הסימן נקבע לפי הגורם השני

בטבלה שמים גם את הנקודות שלא בתחום

מחיובית לשלילית ← **מקסימום** • ולהפך ← **מינימום**

את $y$ של הקיצון מוצאים בהצבה ב־$f(x)$

### 6 אסימפטוטות וסקיצה

אנכית: המכנה $=0$ והמונה $\neq 0$ ← למשל $x=\ln 3$

אופקית: $x \to -\infty$ ← $e^x \to 0$ • $x \to \infty$ ← $e^{-x} \to 0$

סקיצה: תחום ← אסימפטוטות ← חיתוכים ← קיצון

## חלק ג' • שאלות המשך: מה שואלים?

- $-f(x)+k$: שיקוף ← מקסימום הופך למינימום • $+k$ מזיז למעלה
- $f(x)=c$ – כמה פתרונות? ← ישר אופקי על הסקיצה וסופרים חיתוכים
- **גרף** $f'$: נקודות האפס = $x$ של הקיצון • מעל ציר $x$ ← $f$ עולה
- $f(x)=g(x)$: מחלקים בגורם משותף חיובי ($e^{\cdots}$) ופותרים
- **שטח**: $S=\int_a^b [f(x)-g(x)]\,dx$ ($f$ העליונה) • מתחת ל־$f'$: $f(b)-f(a)$

## נוסחאות

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{f(x)})' = f'(x)\cdot e^{f(x)}$$

$$(u\cdot v)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\int e^{kx+b}\,dx = \frac{1}{k}e^{kx+b} + C$$

**לזכור**

$e^x > 0$ לכל $x$ • $e^0 = 1$ • $e^{\ln a} = a$ • $\ln e^a = a$ • $e \approx 2.718$

## דוגמה: $f(x) = (x-1)\cdot e^x$

1. תחום: כל $x$
3. ציר $y$: $(0,-1)$ — ציר $x$: $x-1=0$ ← $(1,0)$
4. $f' = e^x + (x-1)e^x = x\cdot e^x$
5. $f'=0$ ← $x=0$ — $x<0$: $f'<0$ • $x>0$: $f'>0$ — מינימום $(0,-1)$
6. $x \to -\infty$: $f \to 0$ מלמטה — אסימפטוטה $y=0$ משמאל
3. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ — $t=e^x$ ← $t^2-5t+6=0$ — $t=2$ ← $x=\ln 2$ — $t=3$ ← $x=\ln 3$

## ! טעויות נפוצות

- $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$: לא לשכוח את המקדם
- $e^x = 0$ – אין פתרון
- $t=e^x$ שלילי – נפסל
- $y$ של הקיצון: מציבים ב־$f$, לא ב־$f'$