שלבי הפתרון בשאלות פונקציות מעריכיות

מתמטיקה • כיתה י"ב • 4 יחידות לימוד (שאלון 472)

חלק א' • תחום, פרמטר וחיתוכים

1 תחום הגדרה

e^x מוגדר לכל x • בודקים רק **מכנה ≠ 0**

$e^x - 3 \neq 0$ ← $x \neq \ln 3$ • $(x-2)^2 \neq 0$ ← $x \neq 2$

2 יש פרמטר? מציבים את הנתון

נקודה על הגרף ← מציבים ב־$f(x)$ • משווים חזקות של e:

$e^{-a-1} = e^{-3}$ ← $-a-1=-3$ ← $a=2$

3 חיתוך עם הצירים

ציר y: מציבים $x=0$ (אם בתחום) • ציר x: $f(x)=0$

$e^{\cdots} > 0$ תמיד ← משווים ל־0 רק את הגורם השני / את המונה

יש e^{2x} וגם e^x? ← מציבים $t=e^x$ ($t>0$)

חלק ב' • נגזרת, קיצון ואסימפטוטות

4 גוזרים: $f'(x)$

$(e^{kx+b})' = k \cdot e^{kx+b}$ • מכפלה / מנה לפי הנוסחאות

מוציאים גורם משותף, למשל e^x או e^{2x}

5 $f'(x)=0$ וטבלת סימנים

$e^{\cdots}$ חיובי ← הסימן נקבע לפי הגורם השני

בטבלה שמים גם את הנקודות שלא בתחום

מחיובית לשלילית ← **מקסימום** • ולהפך ← **מינימום**

את y של הקיצון מוצאים בהצבה ב־$f(x)$

6 אסימפטוטות וסקיצה

אנכית: המכנה $=0$ והמונה $\neq 0$ ← למשל $x=\ln 3$

אופקית: $x \to -\infty$ ← $e^x \to 0$ • $x \to \infty$ ← $e^{-x} \to 0$

סקיצה: תחום ← אסימפטוטות ← חיתוכים ← קיצון

חלק ג' • שאלות המשך: מה שואלים?

- $-f(x)+k$: שיקוף ← מקסימום הופך למינימום • $+k$ מזיז למעלה
- $f(x)=c$ – כמה פתרונות? ← ישר אופקי על הסקיצה וסופרים חיתוכים
- **גרף** f': נקודות האפס = x של הקיצון • מעל ציר x ← f עולה
- $f(x)=g(x)$: מחלקים בגורם משותף חיובי ($e^{\cdots}$) ופותרים
- **שטח**: $S=\int_a^b [f(x)-g(x)]\,dx$ (f העליונה) • מתחת ל־f': $f(b)-f(a)$

📐 נוסחאות

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{f(x)})' = f'(x)\cdot e^{f(x)}$$

$$(u\cdot v)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\int e^{kx+b}\,dx = \frac{1}{k}e^{kx+b} + C$$

לזכור

$e^x > 0$ לכל x • $e^0 = 1$

$e^{\ln a} = a$ • $\ln e^a = a$ •

$e \approx 2.718$

✏️ דוגמה: $f(x) = (x-1)\cdot e^x$

1. תחום: כל x
3. ציר y: $(0,-1)$
   ציר x: $x-1=0$ ← $(1,0)$
4. $f' = e^x + (x-1)e^x$
   $= x\cdot e^x$
5. $f'=0$ ← $x=0$
   $x<0$: $f'<0$ • $x>0$: $f'>0$
   מינימום $(0,-1)$
6. $x \to -\infty$: $f \to 0$ מלמטה
   אסימפטוטה $y=0$ משמאל
3. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$
   $t=e^x$ ← $t^2-5t+6=0$
   $t=2$ ← $x=\ln 2$
   $t=3$ ← $x=\ln 3$

⚠️ טעויות נפוצות

- $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$: לא לשכוח את המקדם
- $e^x = 0$ – אין פתרון
- $t=e^x$ שלילי – נפסל
- y של הקיצון: מציבים ב־f, לא ב־f'