שלבי הפתרון בשאלות סדרות

מתמטיקה • כיתה י"ב • 4 יחידות לימוד (שאלון 472)

איזו סדרה בשאלה?

סדרה חשבונית • מוסיפים מספר קבוע

"גדל ב-...", "כל חודש 100 יותר" ← ההפרש d

1 מתרגמים כל נתון ל- a_1 ו- d

לפי $a_n = a_1 + (n-1)d$, למשל $a_5 = a_1 + 4d$

2 פותרים: שני נתונים ← שתי משוואות

מבודדים נעלם אחד (למשל $a_1 = 2d$) ומציבים במשוואה השנייה

3 סכום: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

אם ידוע האיבר האחרון: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

סדרה הנדסית • כופלים פי מספר קבוע

"גדל פי 2", "כל יום פי 1.5" ← המנה q

1 מתרגמים כל נתון ל- a_1 ו- q

לפי $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, למשל $a_4 = a_1 q^3$

2 מחלקים משוואה במשוואה

a_1 מצטמצם: $q^3 = 8$ ← $q = 2$. חזקה זוגית: $q^2 = 4$ ← $q = \pm 2$, בוחרים לפי הנתונים

3 סכום: $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

אינסופית ($|q| < 1$): $S = \frac{a_1}{1 - q}$

4 מה שואלים? משלימים לפי הסוג

כמה איברים / חודשים (n)? משווים S_n לנתון ← משוואה ריבועית ← n שלילי או לא שלם **נפסל**

איבר אמצעי: n אי-זוגי ← $a_{(n+1)/2}$ • n זוגי ← שני אמצעיים, למשל ב-10 איברים: a_5 , a_6

איברים במקומות אי-זוגיים / זוגיים: סדרה חדשה – בחשבונית הפרש $2d$, בהנדסית מנה q^2; סופרים כמה איברים יש בה

שתי סדרות: התשובה של סדרה אחת היא נתון לשנייה (למשל $b_1 = a_6$)

דוגמה – חשבונית

$a_1 = 3$, $d = 4$. כמה איברים יש לחבר כדי לקבל סכום 210?

1. $\frac{n}{2}[2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 4] = 210$
2. $n(2n+1) = 210$ ← $2n^2 + n - 210 = 0$
3. $n_{1,2} = \frac{-1 \pm 41}{4}$ ← $n = 10$ או $n = -10.5$ (נפסל)

תשובה: 10 איברים • בדיקה: $5 \cdot (6 + 36) = 210$ ✓

דוגמה – הנדסית

$a_2 = 6$, $a_5 = 162$. מצאו את a_1, את q ואת S_5

1. $a_1 q = 6$, $a_1 q^4 = 162$
2. מחלקים: $q^3 = 27$ ← $q = 3$ ← $a_1 = 2$
3. $S_5 = \frac{2(3^5 - 1)}{3 - 1} = 242$

תשובה: $a_1 = 2$, $q = 3$, $S_5 = 242$

מהנוסחאון

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

לזכור

- "פי" ← הנדסית, "ב-...יותר" ← חשבונית
- סדרה עולה/יורדת ← $q > 0$; מחליפה סימן ← $q < 0$
- $d = a_2 - a_1$, $q = a_2 : a_1$

⚠ טעות נפוצה

- במערך $n-1$, לא n: $a_7 = a_1 q^6$
- לא לבלבל: a_n איבר אחד, S_n סכום
- לבדוק ש- n שלם וחיובי