שלבי הפתרון בשאלות חדו"א – פולינום, רציונלית ושורש

מתמטיקה • כיתה י"א • 5 יחידות לימוד (שאלון 571)

מה שואלים?

חקירת פונקציה

רציונלית או עם שורש • לפי סדר הסעיפים

1 תחום הגדרה
מכנה $\neq 0$ • ביטוי בתוך שורש ≥ 0

2 אסימפטוטות וחיתוך עם הצירים
אנכית: מכנה $= 0$ • אופקית: $x \to \pm\infty$, בשורש כל צד בנפרד • חיתוך: $x = 0$, $y = 0$

3 נגזרת, טבלה וקיצון
$f'(x) = 0$ ← טבלת עלייה/ירידה. קיצון גם **בקצה התחום**. את y מציבים ב־$f(x)$

4 סקיצה
משרטטים לפי כל הסעיפים הקודמים

בעיית קיצון

„מצאו את t שעבורו ... מקסימלי / מינימלי"

1 מבטאים את הגודל ב־t
נקודה על הגרף: $(t\,,\,f(t))$. אורך / שטח / היקף כפונקציה של t

2 תחום ל־t
לפי השרטוט ותחום ההגדרה

3 גוזרים, משווים ל־0 ומוכיחים
טבלה (או S'') מראה שזה באמת מקסימום / מינימום

5 סעיפי המשך: פרמטר, גרפים, שטח
פרמטר: מציבים נקודה או $f'(x_0) = 0$ • $f' > 0$ ↔ f עולה • שטח: $\int(f-g)dx$ בין נקודות החיתוך, f עליונה

דוגמה: חקירה

חקרו את $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-4}$

1. תחום: $x \neq \pm 2$ • חיתוך: $(0\,,\,0)$
2. אנכיות $x = \pm 2$ • אופקית $y = 1$
3. $f'(x) = \dfrac{-8x}{(x^2-4)^2} = 0$ ← $x = 0$

תשובה: מקסימום $(0\,,\,0)$ • עולה $x < 0$ • יורדת $x > 0$ (בתחום)

דוגמה: קיצון

$A(t\,,\,4-t^2)$ ברביע I. מלבן בין הצירים ל־A. מתי שטחו מקסימלי?

1. $S(t) = t(4-t^2) = 4t - t^3$, $0 < t < 2$
2. $S'(t) = 4 - 3t^2 = 0$ ← $t = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.15$
3. $S'' = -6t < 0$ ← מקסימום

תשובה: $t \approx 1.15$, $S_{max} = \dfrac{16\sqrt{3}}{9} \approx 3.08$

מהנוסחאון

$(x^n)' = nx^{n-1}$ • $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

$\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$

לזכור

- זוגית: $f(-x) = f(x)$
- אי־זוגית: $f(-x) = -f(x)$
- פיתול: $f'' = 0$ ומחליפה סימן

טעויות נפוצות

- שורש במכנה: הביטוי > 0, לא ≥ 0
- y של קיצון מחשבים ב־f, לא ב־f'
- שוכחים קיצון בקצה התחום