שלבי הפתרון בשאלות הסתברות

מתמטיקה • כיתה י"א • 5 יחידות לימוד (שאלון 571)

איך בנויה השאלה?

תהליך בשלבים ← עץ

הוצאות עם / בלי החזרה • בוחרים כד ואז כדור

1 מגדירים מאורעות ומשרטטים עץ
על כל ענף – ההסתברות לפי מה **שנשאר** (בלי החזרה: המכנה קטָן)

2 מסלול = מכפלה לאורכו
כופלים את ההסתברויות שעל הענפים של המסלול

3 מאורע = סכום המסלולים שלו
"לפחות אחד" ← $1 - P(\text{אף אחד})$

שתי תכונות באוכלוסייה ← טבלה

צעיר / מבוגר • בעד / נגד • גר בעיר א / ב

1 מגדירים A , B ובונים טבלה
עמודות A , $\overline{A}$ • שורות B , $\overline{B}$ • סה"כ כולם = 1

2 מתרגמים כל נתון
"מבין ה-A ..." = הסתברות מותנית:
$P(B/A) = ¾$ ← $P(A \cap B) = ¾ \cdot P(A)$

3 משלימים שורות ועמודות
סכום בשורה ובעמודה • נעלם (כמו p) ← משוואה מהנתון

מה שואלים?

4 הסתברות מותנית
$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
"ידוע ש..." / "מבין..." = B

5 תלות / אי־תלות
בלתי תלויים כאשר:
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

6 ברנולי (n חזרות)
$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
עם החזרה / אוכלוסייה גדולה

דוגמה – עץ, בלי החזרה

בכד 3 אדומים ו-2 צהובים. מוציאים 2 כדורים **בלי החזרה**. מה ההסתברות שיצא לפחות כדור צהוב אחד?

1. משלים: שני אדומים = אף צהוב
2. $P(\text{אא}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$
3. $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

תשובה: 0.7

דוגמה – טבלה ומותנית

40% גרים בעיר A; מהם 75% קיבלו בזמן (B). בעיר השנייה – 40% מהגרים בה. נבחר מי שקיבל בזמן: מה ההסתברות שגר ב-A?

	A	$\overline{A}$	סה"כ
B	**0.3**	0.24	**0.54**
סה"כ	0.4	0.6	1

1. $0.4 \cdot 0.75 = 0.3$, $0.6 \cdot 0.4 = 0.24$
2. $P(A/B) = \frac{0.3}{0.54} = \frac{5}{9}$

תשובה: $\frac{5}{9} \approx 0.556$

מהנוסחאון

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

לזכור

- סכום כל ענפי צומת = 1
- בדיוק k הצלחות ← ברנולי
- לפחות ← מחברים, או 1 פחות המשלים
- סדר קבוע (למשל "רק החמישי") ← בלי המקדם $\binom{n}{k}$

טעות נפוצה

- $P(A/B) \neq P(B/A)$ – מה **ידוע**?
- בלי החזרה – גם המונה וגם המכנה קטָנים
- "75% מהם" – לא 75% מכולם