שלבי הפתרון בשאלות חדו"א – פונקציות טריגונומטריות

מתמטיקה • כיתה י"א • 5 יחידות לימוד (שאלון 571)

מה שואלים?

חקירה בתחום הנתון

כל הפתרונות – רק בתוך התחום שבשאלה

1 תחום הגדרה וזוגיות

מכנה $\neq 0$ • זוגית / אי־זוגית: בודקים $f(-x)$

2 חיתוך עם הצירים

$f(x)=0$ ← משוואה טריגונומטרית • $x=0$ אם בתחום

3 נגזרת, טבלה וקיצון

$f'(x)=0$ ← טבלה. קיצון גם **בקצוות התחום**

4 אסימפטוטות וסקיצה

אנכית: מכנה $=0$ • סקיצה לפי כל הסעיפים

פתרון משוואה טריגונומטרית

בכל סעיף: חיתוך, קיצון, פרמטר

1 מפרקים לגורמים

גורם משותף ← מכפלה $=0$. **לא** מחלקים בגורם

2 פתרון כללי לכל גורם

$\sin x = a$: $\alpha + 2\pi k$, $\pi - \alpha + 2\pi k$

$\cos x = a$: $\pm\alpha + 2\pi k$

$\tan x = a$: $\alpha + \pi k$

3 מציבים $k = 0, \pm1, \dots$

משאירים רק פתרונות בתוך התחום

5 סעיפי המשך: פרמטר, מספר פתרונות, שטח

מספר הפתרונות של $f(x)=k$ ← ישר אופקי על הסקיצה • שטח: $\int(f-g)dx$ בין נקודות החיתוך

✏️ דוגמה: קיצון בתחום

קיצון של $f(x)=x+2\cos x$ בתחום $0 \le x \le \pi$

1. $f'(x)=1-2\sin x=0$ ← $\sin x=\frac{1}{2}$
2. $x=\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$ • טבלה: עולה, יורדת, עולה
3. $f(\frac{\pi}{6})=\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\approx 2.26$ • $f(\frac{5\pi}{6})\approx 0.89$
4. קצוות: $f(0)=2$ • $f(\pi)=\pi-2\approx 1.14$

מקס' $(\frac{\pi}{6}, 2.26)$, קצה $(\pi, 1.14)$

מינ' $(\frac{5\pi}{6}, 0.89)$, קצה $(0, 2)$

✏️ דוגמה: משוואה

פתרו $\sin 2x=\cos x$ בתחום $0 \le x \le 2\pi$

1. גורם משותף: $\cos x(2\sin x-1)=0$
2. $\cos x=0$ ← $x=\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$
3. $\sin x=\frac{1}{2}$ ← $x=\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

תשובה: $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$

📐 מהנוסחאון

$$(\sin x)' = \cos x$$
$$(\cos x)' = -\sin x$$
$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$
$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

💡 לזכור

- $\sin 2x = 2\sin x\cos x$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $(\sin ax)' = a\cos ax$
- $(\sin^2 x)' = 2\sin x\cos x$

⚠️ טעויות נפוצות

- מחשבון ברדיאנים (RAD)
- חילוק ב־$\cos x$ מאבד פתרונות
- שוכחים קיצון בקצוות
- פתרון מחוץ לתחום