שלבי הפתרון בשאלות טריגונומטרייה במישור

מתמטיקה • כיתה י״א • 5 יחידות לימוד (שאלון 571)

מה מבקשים בסעיף?

מבטאים באמצעות פרמטרים

צלע / זווית / שטח בעזרת R , α , k

1 מסמנים זוויות בעזרת α

סכום זוויות $180°$ • היקפיות • משיק ומיתר • שווה שוקיים

2 בוחרים משפט לפי מה שידוע

- ישר זווית ← $\sin$, $\cos$, $\tan$
- צלע מול זווית / נתון R ← **סינוסים**
- 2 צלעות + הזווית ביניהן ← **קוסינוסים**

3 מציבים ומפשטים את הביטוי

בעזרת זהויות, למשל $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

מוצאים α ואז R / k

כשנתון ערך מספרי נוסף (אורך, יחס, שטח)

1 מציבים את הנתון בביטוי

מהסעיף הקודם ← משוואה טריגונומטרית ב־α

2 פותרים ובודקים את הזווית

$\sin \alpha = c$ **נותן 2 זוויות:** α ו־$180° - \alpha$.

משאירים מה שמתאים לסכום הזוויות

3 מציבים את α ומחשבים

צלע, R , k , שטח או רדיוס המעגל החסום

4 בודקים שהתשובה הגיונית ועונים

זווית בין $0°$ ל־$180°$, אורך חיובי, מול זווית גדולה צלע גדולה. מעגלים רק בסוף

דוגמה: סינוסים

משולש ABC חסום במעגל ברדיוס R , $\angle A = 60°$, $\angle C = \alpha$.

1. $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R$ ← $AB = 2R \sin \alpha$
2. נתון $AB = 1.2R$ ← $\sin \alpha = 0.6$
3. $\alpha \approx 36.87°$ או $\alpha \approx 143.13°$
4. $143.13°$ נפסל: $60° + 143.13° > 180°$
5. נתון $BC = 6\sqrt{3}$ ← $2R \sin 60° = R\sqrt{3}$ ← $R = 6$

תשובה: $\alpha \approx 36.87°$, $R = 6$

דוגמה: קוסינוסים ושטח

במשולש ABC : $AB = 5$, $AC = 8$, $\angle A = 60°$. מצאו BC , שטח ו־r .

1. $BC^2 = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60° = 49$
2. $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 60° = 10\sqrt{3} \approx 17.32$
3. $p = \frac{5+8+7}{2} = 10$ ← $r = \frac{S}{p} = \sqrt{3}$

תשובה: $BC = 7$, $S \approx 17.32$, $r \approx 1.73$

מהנוסחאון

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = 2R$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

לזכור

- מעגל חסום: $S = p \cdot r$, כש־p חצי ההיקף
- מרכז המעגל החסום – על חוצי הזוויות
- ישר זווית: מרכז המעגל החוסם באמצע היתר

טעויות נפוצות

- מחשבון במעלות (DEG)
- שוכחים את $180° - \alpha$
- עיגול באמצע החישוב ← תשובה סופית לא מדויקת