שלבי הפתרון בשאלות גאומטרייה אנליטית

מתמטיקה • כיתה י"ב • 5 יחידות לימוד (שאלון 572)

באיזו צורה מדובר?

מעגל

מרכז $M(a\,,\,b)$ • רדיוס R

1 משוואה:
$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$
נתונה צורה כללית ← משלימים לריבוע

2 ישר משיק ⇔ $d=R$
d = מרחק המרכז מהישר

3 משיק בנקודה על המעגל
נוסחה מהנוסחאון, או: רדיוס ⊥ משיק

אליפסה

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

1 מוקדים: $c=\sqrt{a^2-b^2}$
$F(\pm c\,,\,0)$ • קודקודים $(\pm a\,,\,0)$, $(0\,,\,\pm b)$

2 נקודה על האליפסה ← מציבים
מוצאים פרמטר או שיעור חסר

3 $PF_1+PF_2=2a$
סכום המרחקים מהמוקדים, לכל נקודה P על האליפסה

פרבולה

$y^2=2px$

1 מוקד ומדריך
מוקד $F(\frac{p}{2}\,,\,0)$ • מדריך $x=-\frac{p}{2}$

2 PF = המרחק מהמדריך
$PF=x_0+\frac{p}{2}$ לנקודה $P(x_0\,,\,y_0)$

3 משיק:
$y\cdot y_0=p(x+x_0)$
בנקודה $(x_0\,,\,y_0)$ שעל הפרבולה

שואלים: "מצאו את המקום הגאומטרי"?

1 מסמנים $P(x\,,\,y)$
נקודה כללית במקום

2 תנאי ← משוואה
מרחק, אמצע קטע, שיפוע

3 מפשטים
בודקים אילו איברים מצטמצמים

4 מזהים את הצורה
ישר / מעגל / אליפסה / פרבולה

דוגמה: משיק למעגל

מצאו את המשיק למעגל $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ בנקודה $A(4\,,\,2)$

1. $3^2+4^2=25$ ← A על המעגל
2. $(4-1)(x-1)+(2+2)(y+2)=25$
3. $3x-3+4y+8=25$ ← $3x+4y=20$

תשובה: $y=-0.75x+5$

דוגמה: מקום גאומטרי

הנקודות שמרחקן מ־$A(2\,,\,0)$ שווה למרחקן מהישר $x=-2$

1. $P(x\,,\,y)$: $\sqrt{(x-2)^2+y^2}=|x+2|$
2. $x^2-4x+4+y^2=x^2+4x+4$
3. $y^2=8x$ ← $2p=8$, $p=4$

תשובה: פרבולה $y^2=8x$ • מוקד $(2\,,\,0)$

מהנוסחאון

מנקודה לישר: $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

משיק למעגל בנקודה $(x_0\,,\,y_0)$:
$(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=R^2$

לזכור (לא בנוסחאון)

- מעגל משיק לציר x: $R=|b|$
- אורך משיק מנקודה P: $PA^2=PM^2-R^2$

טעות נפוצה

- באליפסה $c^2=a^2-b^2$ (מינוס!)
- ערך מוחלט ← שני פתרונות, בודקים איזה מתאים
- $p<0$ ← פרבולה פתוחה שמאלה