שלבי הפתרון בשאלות טריגונומטרייה במרחב

מתמטיקה • כיתה י"ב • 5 יחידות לימוד (שאלון 572)

מה מחפשים?

ישר ומישור

למשל: מקצוע צדדי ובסיס

1 מורידים אנך למישור
מקצה הישר אל המישור. בפירמידה ישרה: הגובה נופל למרכז הבסיס

2 מוצאים את ההיטל
הקטע מרגל האנך עד נקודת החיתוך של הישר עם המישור

3 הזווית: בין הישר להיטל
במשולש ישר־זווית:
$\tan\alpha = \frac{h}{\text{היטל}}$

שני מישורים

למשל: פאה צדדית ובסיס

1 מוצאים את ישר החיתוך
המקצוע המשותף לשני המישורים

2 בכל מישור: אנך לישר החיתוך
באותה נקודה. בפירמידה ישרה: לאמצע צלע הבסיס

3 הזווית: בין שני האנכים
במשולש ישר־זווית:
$\tan\beta = \frac{h}{\text{ניצב בבסיס}}$

אורך / זווית אחרת

בין שני מקצועות, אלכסון, קטע

1 מאתרים משולש עם הנעלם
משרטטים אותו בנפרד, במידות אמיתיות

2 משלימים צלעות
פיתגורס וטריגונומטריה במשולשים ישרי־זווית

3 משפט הסינוסים / הקוסינוסים
כשהמשולש אינו ישר־זווית

4 שטח ונפח
פירמידה: $V = \frac{S \cdot h}{3}$ • מנסרה / תיבה: $V = S \cdot h$ • שטח משולש: $S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\gamma$

דוגמה: זווית עם הבסיס

פירמידה ישרה $SABCD$, בסיס ריבוע בצלע 6, גובה $SO = 4$
מצאו את הזווית בין SA לבסיס ובין הפאה SBC לבסיס
M – אמצע BC

1. היטל SA הוא $AO = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$
2. $\tan\alpha = \frac{SO}{AO} = \frac{4}{3\sqrt{2}} \approx 0.943 \leftarrow \alpha \approx 43.31°$
3. $\tan\beta = \frac{SO}{OM} = \frac{4}{3} \leftarrow \beta \approx 53.13°$

תשובה: $\alpha \approx 43.31°$ • $\beta \approx 53.13°$

דוגמה: זווית בין מקצועות

באותה פירמידה מצאו את $\sphericalangle ASB$ ואת הנפח

1. $SA = SB = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{34}$
2. $\cos\sphericalangle ASB = \frac{34 + 34 - 36}{2 \cdot 34} = \frac{32}{68} \approx 0.471$
3. $V = \frac{36 \cdot 4}{3} = 48$

תשובה: $\sphericalangle ASB \approx 61.93°$ • $V = 48$

מהנוסחאון

קוסינוסים:
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

סינוסים: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = 2R$

לזכור (לא בנוסחאון)

- פירמידה ישרה: הגובה נופל למרכז הבסיס
- משולש שווה צלעות: מרחק המרכז מקודקוד $\frac{a}{\sqrt{3}}$, מצלע $\frac{a}{2\sqrt{3}}$
- אלכסון ריבוע: $a\sqrt{2}$

טעות נפוצה

- הזווית עם מישור היא עם **ההיטל**, לא עם קטע אקראי בבסיס
- זווית בין מישורים: שני האנכים יוצאים **מאותה נקודה** על ישר החיתוך