# שלבי הפתרון בשאלות וקטורים

מתמטיקה • כיתה י"ב • 5 יחידות לימוד (שאלון 572)

## איך נתונים הווקטורים?

### מקרה 1 • וקטורים בגוף (בסיס)

בלי שיעורים: נתונים $\underline{u}$ , $\underline{v}$ , $\underline{w}$ אורכים וזוויות

**1 מביעים את הווקטור בעזרת $\underline{u}$ , $\underline{v}$ , $\underline{w}$**
הולכים במסלול לאורך מקצועות.
נקודה על קטע: $\overrightarrow{AP} = t \cdot \overrightarrow{AB}$

**2 מכינים מכפלות של הבסיס**
$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos\alpha$
$\underline{u} \cdot \underline{u} = |\underline{u}|^2$ • וקטורים מאונכים: 0

**3 מתרגמים את התנאי**
מאונכים: $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$ • מקבילים: $\underline{a} = k \cdot \underline{b}$

**4 אורך וזווית**
$|\underline{a}|^2 = \underline{a} \cdot \underline{a}$ • $\cos\alpha = \frac{\underline{a} \cdot \underline{b}}{|\underline{a}| \cdot |\underline{b}|}$

### מקרה 2 • שיעורים: ישרים ומישורים

נתונות נקודות $(x\ ,y\ ,z)$ ומשוואות

**1 ישר: $\underline{x} = A + t \cdot \underline{u}$**
נקודה + וקטור כיוון • נקודה כללית: $(x_A + tu_1\ ,\ldots)$

**2 מישור: נורמל $\underline{n} = (a\ ,b\ ,c)$**
$\underline{n}$ מאונך לשני כיוונים במישור.
$ax + by + cz + d = 0$ , את $d$ מוצאים מנקודה

**3 חיתוך ישר ומישור**
מציבים נקודה כללית של הישר במשוואת המישור ומוצאים את $t$

**4 זווית / מרחק**
מהנוסחאון: בין מישורים cos • ישר ומישור sin • נקודה ממישור

### מצב הדדי של שני ישרים

**כיוונים מקבילים:** $\underline{u} = k \cdot \underline{v}$
יש נקודה משותפת ← מתלכדים
אין ← מקבילים

**כיוונים לא מקבילים:**
משווים רכיבים: $A + t\underline{u} = B + s\underline{v}$
3 משוואות, 2 נעלמים

**יש פתרון** לשלוש ← נחתכים
(מציבים $t$ ← נקודת החיתוך)
**אין פתרון** ← מצטלבים

### ✏️ דוגמה למקרה 1

בתיבה: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ , $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ , $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$
מאונכים זה לזה, $|\underline{w}| = 4$ , $|\underline{v}| = 2|\underline{u}|$
$M$ אמצע $CC'$ . מצאו את $|\overrightarrow{AM}|$

1. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM} = \underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$
2. $|\overrightarrow{AM}|^2 = |\underline{u}|^2 + |\underline{v}|^2 + \frac{1}{4}|\underline{w}|^2$ (שאר המכפלות 0)
3. $|\overrightarrow{AM}|^2 = 4 + 4 + 4 = 12$

**תשובה:** $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

### ✏️ דוגמה למקרה 2

מצאו את נקודת החיתוך ואת הזווית בין הישר
$\underline{x} = (1\ ,0\ ,2) + t(1\ ,1\ ,-1)$ למישור $x + 2y + z - 9 = 0$

1. $(1 + t) + 2t + (2 - t) - 9 = 0$ ← $t = 3$ ← $(4\ ,3\ ,-1)$
2. $\sin\beta = \frac{|1 + 2 - 1|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{18}}$
3. $\beta \approx 28.13°$

**תשובה:** $(4\ ,3\ ,-1)$ • $\beta \approx 28.13°$

### 📐 מהנוסחאון

$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$

ישר–מישור: $\sin\beta = \frac{|\underline{n} \cdot \underline{u}|}{|\underline{n}| \cdot |\underline{u}|}$

### 💡 לזכור (לא בנוסחאון)

- ישר מקביל למישור ⇔ $\underline{u} \cdot \underline{n} = 0$
- ישר מאונך למישור ⇔ $\underline{u} = k \cdot \underline{n}$
- מקביל למישור של $\underline{u}$ , $\underline{v}$ : המקדם של $\underline{w}$ הוא 0

### ⚠️ טעות נפוצה

- ישר–מישור: sin , לא cos
- לכל ישר פרמטר משלו: $t$ ו־$s$
- זווית חדה ← ערך מוחלט במונה